

АЛГОРИТМИ МИКРОПРОЦЕСОРСКЕ ЗАШТИТЕ ДИСТРИБУТИВНИХ ИЗВОДА MPZ-ZIM

Миленко Ђурић, *Електротехнички факултет, Београд, Србија*
Горан Ђукић, *Електротехнички факултет, Београд, Србија*
Жељко Ђуришић, *Електротехнички факултет, Београд, Србија*

КРАТАК САДРЖАЈ

Основне заштитне функције дистрибутивних извода су одавно познате и коришћене а биле су присутне како код електромеханичких тако и код статичких заштита а такође су присутне и код савремених микропроцесорских заштита за ову намену. Оне се, у принципу, свде на разне варијанте прекострујних заштитних функција, на разне варијанте усмерених заштитних функција, функцију аутоматског поновног укључења. Такође, ове заштите могу бити допуњене функцијама термичке заштите, или пак фреквентне заштите. Све побројане заштитне функције су базиране како на фазним струјама и фазним и линијским напонима такође и на величинама директног, инверзног и нултог редоследа (струја и напона). За потребе практичне реализације свих набројаних заштитних функција, али и за потребе мерења која су саставни део савремених мултифункционалних дигиталних терминала (реализованим у истим уређајима заједно са заштитним функцијама) неопходна је адекватна дигитална обрада сигнала (струја и напона и њихових одговарајућих симетричних компоненти). То значи да је на бази адекватно процесираних сигнала струја и напона (понекад и директно мерених нултих компоненти) најчешће неопходно одредити симетричне компоненте струја и напона, снаге (активну и/или реактивну), фреквенцију, температуру.

У раду су презентовани алгоритми за одређивање ефективних (максималних) вредности напона и струја, за одређивање симетричних компоненти напона и струја, за одређивање фреквенције, активних и реактивних снага као и за термичку заштиту.

1.АЛГОРИТАМ ЗА МЕРЕЊЕ СТРУЈА И НАПОНА

Алгоритам за мерење струја и напона заснован је на рекурзивној Фуријеовој методи која је добро позната и широко примењена у обради сигнала. Метода је веома робусна и поседује добра филтарска својства али има и неке мане. Једна од озбиљних мана Фуријеове методе је неопходност познавања фреквенције сигнала пре његове обраде. Ако фреквенција стварног сигнала одступи од претпостављене фреквенције сигнала у Фуријеовој методи, Фуријеов алгоритам чини грешку при израчунавању амплитуда хармонијских компоненти сигнала. У раду је рекурзивни Фуријеов алгоритам модификован тако да промена фреквенције сигнала у опсегу од неколико Hz (што је за мерења сигнала индустријске

учестаности довољно) мало утиче на тачност одређивања амплитуде основног хармоника сигнала. Посматрајмо сигнал (струје или напона, генерално) облика:

$$x(t) = C \cos(\omega t + \phi). \quad (1)$$

Параметри сигнала су:

C -максимална вредност, $\omega = 2\pi f$ -угаона фреквенција и ϕ -почетна фаза.

Ако је тачна вредност кружне фреквенције (ω) непозната и апроксимирана претпостављеном вредношћу ω_f , применом ДИСКРЕТИЗОВАНОГ Фуријеовог реда могу се лако одредити процене параметара $C \cong C_f$ и $\phi \cong \phi_f$ применом релације:

$$\underline{X} \cong \frac{2}{m} \left[\sum_{n=1}^m x_n \cos\left(\frac{\omega_f T_f}{m} n\right) - j \sum_{n=1}^m x_n \sin\left(\frac{\omega_f T_f}{m} n\right) \right] = A_f + jB_f, \quad (2)$$

где су:

$$C_f^2 = A_f^2 + B_f^2, \quad \text{tg} \phi_f = \frac{B_f}{A_f}, \quad m \text{ -број одбирака у периоди } T_f \text{ (периода која одговара фреквенцији } \omega_f),$$

ω_f -претпостављена фреквенција у Фуријеовом реду (ако желимо да (2) да тачан резултат мора бити $\omega_f = \omega$), x_n - n -ти одбирок сигнала.

Уочимо два низа одбирака. Први индексан са $n = 1, 2, 3, \dots, m$ и други индексан са $n = 2, 3, 4, \dots, (m+1)$. Оба низа одговарају периоди процесаног сигнала. Други низ је "млађи" јер садржи нови одбирок са индексом $(m+1)$, док је "најстарији" одбирок са индексом (1) одбачен. Сваки од низова дефинише фазоре хармоника процесаног сигнала:

$$\underline{X}_1 \cong \frac{2}{m} \left[\sum_{n=1}^m x_n \cos\left(\frac{\omega_f T_f}{m} n\right) - j \sum_{n=1}^m x_n \sin\left(\frac{\omega_f T_f}{m} n\right) \right] = A_{1f} + jB_{1f}, \quad (3)$$

и

$$\underline{X}_2 \cong \frac{2}{m} \left[\sum_{n=2}^{m+1} x_n \cos\left(\frac{\omega_f T_f}{m} n\right) - j \sum_{n=2}^{m+1} x_n \sin\left(\frac{\omega_f T_f}{m} n\right) \right] = A_{2f} + jB_{2f}, \quad \omega_f T_f = 2\pi. \quad (4)$$

Потражимо разлику:

$$\begin{aligned} (A_{2f} - A_{1f}) \frac{m}{2} &= \sum_{n=2}^{m+1} x_n \cos\left(\frac{2\pi}{m} n\right) - \sum_{n=1}^m x_n \cos\left(\frac{2\pi}{m} n\right) = x_2 \cos\left(\frac{2\pi}{m} 2\right) + x_3 \cos\left(\frac{2\pi}{m} 3\right) + \dots + \\ &+ x_{(m+1)} \cos\left[\frac{2\pi}{m} (m+1)\right] - x_1 \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right) - x_2 \cos\left(\frac{2\pi}{m} 2\right) - \dots - x_m \cos\left(\frac{2\pi}{m} m\right) = \\ &= x_{(m+1)} \cos\left[\frac{2\pi}{m} (m+1)\right] - x_1 \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right) = (x_{(m+1)} - x_1) \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right) \end{aligned}$$

одакле следи:

$$A_{2f} = A_{1f} + \frac{2}{m} (x_{(m+1)} - x_1) \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right).$$

Исто се добија:

$$B_{2f} = B_{1f} + \frac{2}{m} (x_{(m+1)} - x_1) \sin\left(\frac{2\pi}{m}\right).$$

На основу претходне анализе могу се написати релације за рекурзивно израчунавање компоненти фазора у $(n+1)$ кораку прорачуна:

$$A_{(n+1)f} = A_{nf} + \frac{2}{m}(x_{(m+n)} - x_n) \cos\left(\frac{2\pi}{m}n\right) \text{ и } B_{(n+1)f} = B_{nf} + \frac{2}{m}(x_{(m+n)} - x_n) \sin\left(\frac{2\pi}{m}n\right), \quad (5)$$

где су:

n -редни број одбирка ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$, код континуалне обраде сигнала n може постати огроман број), m -број одбирака у периоди $T_f = \frac{1}{f_f} = \frac{2\pi}{\omega_f}$.

Код практичне примене дискретног Фуријеовог реда, при континуалној обради дуготрајног сигнала број (n) би постао огроман и дошло би до заглављивања процесора. Ова тешкоћа лако се превазилази ако се уочи да су \sin и \cos функције периодичне. Зато нема потребе да (n) буде веће од (m), односно (n) може бити $n = 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2$ итд.. Значи, потребно је имати један BAFER (регистар) дужине (m), чији се чланови у сваком кораку ренумеришу након израчунавања компоненти фазора сигнала. Нека су одбирци сигнала означени са (x) а чланови BAFERA са $X(i)$, где је $i = 1, 2, 3, \dots, m$. Компоненте фазора првог хармоника рачунају се као:

$$A_f = A_f + \frac{2}{m}(x - X(I)) \cos\left(\frac{2\pi}{m}n\right) \text{ и } B_f = B_f + \frac{2}{m}(x - X(I)) \sin\left(\frac{2\pi}{m}n\right), \quad (6)$$

где је $n = 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2, 3, \dots, m, 1, 2$ итд..

Релација (6) написана је као рачунарска инструкција, што значи да се нова вредност A_f добија када се на стару дода $\frac{2}{m}(x - X(I)) \cos\left(\frac{2\pi}{m}n\right)$. Након израчунавања A_f и B_f члан регистра са индексом (I) се одбацује а осталим одбирцима се индекси смање за (I). Нови одбирак (који се узима из А/Д конвертора) постаје одбирак са индексом (m), односно $X(m) = x$. Прорачун се даље понавља на исти начин. За неограничено дуг прорачун довољан је вектор X дужине (m). Све остале величине су скаларне. У изразима за A_f и B_f није потребно у сваком кораку рачунати синусе и косинусе. Боље је унапред израчунати синусе и косинусе за једну пуну периоду, запамтити их у два вектора дужине (m) и одатле их позивати при сваком прорачуну. Ти вектори су:

$$CO = \left[\cos\left(\frac{2\pi}{m}\right), \cos\left(\frac{2\pi}{m}2\right), \cos\left(\frac{2\pi}{m}3\right), \dots, 1 \right]^T \text{ и} \quad (7)$$

$$SI = \left[\sin\left(\frac{2\pi}{m}\right), \sin\left(\frac{2\pi}{m}2\right), \sin\left(\frac{2\pi}{m}3\right), \dots, 0 \right]^T. \quad (8)$$

Чланови ових вектора могу се помножити са $\left(\frac{2}{m}\right)$ (за амплитуде фазора) или са $\left(\frac{\sqrt{2}}{m}\right)$ (за ефективне

вредности). Применом овакве процедуре, у сваком кораку, за израчунавање сваке компоненте фазора потребна су само два сабирања и једно множење, што захтева минимално рачунарско време. Ово је основна предност рекурзивног алгоритма у односу на нерекурзивни. Сигнал који се процесира помоћу

(6) треба одабирати са периодом одабирања $T_{odab} = \frac{T_f}{m}$, односно фреквенцијом одабирања $f_{odab} = \frac{m}{T_f}$.

Како је $\omega_f T_f = 2\pi$, то је угао $\frac{\omega_f T_f}{m} = \alpha_f$ m -ти део пуног круга. То значи да је претпостављена фреквенција сигнала у Фуријеовој методи дефинисана периодом одабирања T_{odab} и бројем одбирака сигнала (m) у периоди. Када је периода одабирања фиксирана претпостављена учестаност сигнала ω_f може се променити једино променом броја одбирака у периоди. Међутим, та промена је веома груба за релативно мали број одбирака у периоди. Због тога се у већини практичних случајева ради са фиксном претпостављеном фреквенцијом процесираниг сигнала. Постоје процесори код којих се може мењати периода одабирања, али та промена није континуална те није могуће пратити континуалне промене учестаности стварног сигнала при његовој обради Фуријеовом методом.

Када се обрађује дуготрајан сигнал након обраде сваког одбирка добијају се вредности за реалну (A_f) и имагинарну (B_f) компоненту фазора \underline{X} . Ако је $\omega = \omega_f$ компоненте A_f и B_f су константне јер су x и $X(I)$ померени тачно за једну периоду и имају исте вредности, те је разлика $x - X(I) = 0$, те нема корекције претходно израчунате вредности компоненте. Аргумент фазора зависи од положаја почетног одбирка на графику сигнала, односно од почетне фазе првог одбирка. Амплитуда основног хармоника сигнала је константна, јер су и њене компоненте константне.

Ако је $\omega < \omega_f$ или $\omega > \omega_f$ компоненте A_f и B_f нису константне и мењају се по изобличеним синусним и косинусним функцијама са фреквенцијом $\Delta\omega = \omega - \omega_f$. Изобличење ових кривих таласастог је карактера и веће је при већем $\Delta\omega$. Учестаност таласастог изобличења је (2ω) . Због таласастог изобличења компоненти A_f и B_f амплитуда основног хармоника таласа се са фреквенцијом (2ω) . Компоненте A_f и B_f међусобно су померене за $\frac{\pi}{2}$ или за $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ у зависности од знака разлике фреквенција $\Delta\omega = \omega - \omega_f$.

На основу анализе дате у претходном одељку може се закључити да рекурзивни Фуријеов алгоритам погрешно одређује амплитуду основног хармоника када фреквенција сигнала (ω) одступи од претпостављене фреквенције (ω_f) у Фуријеовом алгоритму (6). Када се сигнал континуално обрађује, амплитуда основног хармоника осцилује са фреквенцијом 2ω . Ова чињеница је искоришћена за модификацију Фуријеовог алгоритма за мерење основног хармоника сигнала. Како амплитуда основног хармоника осцилује са 2ω , за добијање бољих резултата довољно је вршити усредњавање резултата на периоду дужине једне полупериоде основног хармоника. Другим речима, ако се сигнал обрађује са (m) тачака у периоди основног хармоника довољно је наћи средњу вредност $\left(\frac{m}{2}\right)$ резултата. Ово усредњавање изазива кашњење коначног резултата обраде сигнала од једне полупериоде основног хармоника. Међутим, свако филтрирање изазива кашњење резултата, те се мора прихватити компромис између степена филтрирања и кашњења резултата обраде сигнала. Када фреквенција сигнала одступа од претпостављене фреквенције у дискретном Фуријеовом реду $\left(\frac{m}{2}\right)$ одбирака сигнала не дефинише тачно полупериоду основног хармоника. Због тога резултат усредњавања није константан, већ и он осцилује са 2ω , али са знатно мањом амплитудом у односу на резултат алгоритма без усредњавања. Ово осциловање средње вредности може се смањити усредњавањем средњих вредности, такође на периоду једнаком половини периоде основног хармоника. Ово усредњавање уноси додатно кашњење од једне полупериоде основног хармоника. Укупно кашњење алгоритма са два усредњавања је једна периода основног хармоника. Резултат двоструког усредњавања је веома "мирна" вредност амплитуде основног хармоника добијена са веома малом грешком ако се фреквенција обрађиваног сигнала мења у опсегу од 47Hz до 53Hz , што је за потребе мерења у електроенергетици сасвим довољан опсег, јер фреквенција у електроенергетском систему ретко одступи више од 3Hz у односу на 50Hz . Кашњење од једне периоде је прихватљиво за све струјне и напонске релеје, те је овај алгоритам применљив за све врсте струјних и напонских релеја.

За практичну примену релација (6) потребно је формирати помоћне векторе косинуса (7), синуса (8) и одбирака дужине (m) и помоћне векторе резултата и средњих вредности резултата дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$.

Вектор одбирака је:

$$X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_m]^T. \quad (9)$$

Применом помоћних вектора (7) и (8) израчунавања у релацији (6) свде се само на два множења и четири сабирања, без израчунавања тригонометријских функција и дељења, што драстично смањује време потребно за добијање резултата. Након узимања сваког новог одбирка x_{novo} треба извршити актуализацију вектора (9) преиндексирањем његових чланова на следећи начин:

$$x_1 = x_2, \quad x_2 = x_3, \quad \dots, \quad x_m = x_{novo}.$$

На овај начин се добија "клизећи" прозор а сваки одбирак сигнала третира се као скаларна величина. За сваки нови одбирак релација (6) даје A_f и B_f , те се лако одреди:

$$C_f = \sqrt{A_f^2 + B_f^2}. \quad (10)$$

Да би се одредила средња вредност амплитуде или ефективне вредности првог хармоника сигнала треба формирати помоћни вектор дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$:

$$CAB = \left[C_{f1}, C_{f2}, C_{f3}, \dots, C_{f\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T. \quad (11)$$

Након израчунавања нове вредности амплитуде C_{fnovo} помоћу (6) и (10) треба актуализовати вектор (11) пренумерацијом чланова, одбацивањем првог члана и додавањем нове вредности, односно:

$$C_{f1} = C_{f2}, \quad C_{f2} = C_{f3}, \quad \dots, \quad C_{f\left(\frac{m}{2}\right)} = C_{fnovo}.$$

Након ове процедуре нађе се:

$$CS = \frac{2}{m} \left(C_{f1} + C_{f2} + \dots + C_{f\left(\frac{m}{2}\right)} \right). \quad (12)$$

Поступак даље тече на исти начин за сваку нову вредност амплитуде. Ако се жели усредњавање средњих вредности амплитуда основног хармоника мора се формирати и помоћни вектор средњих вредности дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$:

$$CSS = \left[CS_1, CS_2, CS_3, \dots, CS_{\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T. \quad (13)$$

Након израчунавања нове средње вредности амплитуде CSS_{novo} помоћу (13) треба актуализовати вектор (9) пренумерацијом чланова, одбацивањем првог члана и додавањем нове вредности, односно:

$$CS_1 = CS_2, \quad CS_2 = CS_3, \quad \dots, \quad CS_{\left(\frac{m}{2}\right)} = CSS_{novo}.$$

Након ове процедуре нађе се:

$$CSS = \frac{2}{m} \left(CS_1 + CS_2 + \dots + CS_{\left(\frac{m}{2}\right)} \right).$$

Поступак даље тече на исти начин за сваку нову вредност средње вредности амплитуде. За практичну примену модификованог рекурзивног Фуријеовог алгоритма потребна су три вектора дужине (m) и два вектора дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$, што значи да су потребни веома мали меморијски ресурси. Алгоритам је једноставан, веома брз и одличан за примену у релејној заштити.

2.АЛГОРИТАМ ЗА МЕРЕЊЕ СИМЕТРИЧНИХ КОМПОНЕНТИ

Метода симетричних компоненти се базира на чињеници да се несиметричан трофазни систем фазора може разложити на два трофазна симетрична система са супротним фазним редоследима и један монофазни систем фазора. С обзиром да се метода базира на разлагању електричних величина, она обухвата и методу суперпозиције која је применљива само у линеарним електричним колима. Метода се још назива, по свом аутору, Фортескјуовом трансформацијом. Несиметричан трофазни систем напона у фазама A , B и C (идентично важи и за струје) може се изразити преко величина директног (d), инверзног (i) и нултог (0) компонентног система следећом релацијом:

$$[\underline{U}] = [\underline{F}][\underline{U}_K] = \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где су: $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$; $[\underline{U}] = [\underline{U}_A \ \underline{U}_B \ \underline{U}_C]^T$ -вектор фазних напона фаза A , B и C ; $[\underline{U}_K] = [\underline{U}_0 \ \underline{U}_d \ \underline{U}_i]^T$ -вектор компонентних напона (нулте, директне и инверзне компоненте фазних напона).

Трофазни асиметричан систем напона разлаже се на симетричне компоненте помоћу инверзне релације, релацији (14):

$$[\underline{U}_K] = [\underline{F}]^{-1}[\underline{U}] = \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Користећи релацију (15) следе вектори симетричних компоненти:

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C}{3} = \frac{AC + BC + CC}{3} + j \frac{AS + BS + CS}{3} = C_0 + jS_0, \quad U_0 = \sqrt{C_0^2 + S_0^2}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_d &= \frac{\underline{U}_A + \underline{a}\underline{U}_B + \underline{a}^2\underline{U}_C}{3} = \frac{2AC - BC - CC - \sqrt{3}(BS - CS)}{6} + j \frac{2AS - BS - CS + \sqrt{3}(BC - CC)}{6} = \\ &= C_d + jS_d, \quad U_d = \sqrt{C_d^2 + S_d^2} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_i &= \frac{\underline{U}_A + \underline{a}^2\underline{U}_B + \underline{a}\underline{U}_C}{3} = \frac{2AC - BC - CC + \sqrt{3}(BS - CS)}{6} + j \frac{2AS - BS - CS - \sqrt{3}(BC - CC)}{6} = \\ &= C_i + jS_i, \quad U_i = \sqrt{C_i^2 + S_i^2} \end{aligned} \quad (18)$$

где су вектори фазних величина дефинисани као у релацији (2):

$$\underline{U}_A = AC + jAS, \quad \underline{U}_B = BC + jBS, \quad \underline{U}_C = CC + jCS,$$

а вектори симетричних компоненти као:

$$\underline{U}_0 = C_0 + jS_0, \quad \underline{U}_d = C_d + jS_d, \quad \underline{U}_i = C_i + jS_i.$$

Друго слово (C) у компонентама фазних вектора и прво слово у компонентама вектора симетричних компоненти означава косинусну а (S) синусну компоненту, односно условно реалну и имагинарну компоненту. Увођење косинусне и синусне компоненте је боље јер реална компонента може бити и косинусна и синусна у зависности од избора координатног система у коме се вектор приказује.

Наглашено је да Фуријеов алгоритам нетачно одређује амплитуде косинусне и синусне компоненте основног хармоника процесираниг сигнала када његова фреквенција одступи од претпостављене фреквенције у алгоритму (2). Како су компоненте симетричних компоненти суме компоненти фазних вектора и оне ће бити погрешно одређене. Када се трофазни сигнали континуално обрађују, амплитуде симетричних компоненти основног хармоника осцилују између максималних и минималних вредности са фреквенцијом 2ω . Ова чињеница је искоришћена за модификацију Фуријеовог алгоритма и за мерење симетричних компоненти трофазних сигнала. Како амплитуде симетричних компоненти основног хармоника осцилују са 2ω , за добијање бољих резултата довољно је вршити усредњавање резултата на периоду дужине једне полупериоде основног хармоника. Ако се сигнали обрађују са (m)

тачака у периоди основног хармоника довољно је наћи средњу вредност $\left(\frac{m}{2}\right)$ резултата. Ово

усредњавање изазива кашњење коначног резултата обраде сигнала од једне полупериоде основног хармоника. Међутим, свако филтрирање изазива кашњење резултата, те се мора прихватити компромис између степена филтрирања и кашњења резултата обраде сигнала. Када је фреквенција сигнала

различита од претпостављене фреквенције у Фуријеовом алгоритму $\left(\frac{m}{2}\right)$ одбирака не дефинише тачно

полупериоду основног хармоника, те резултат усредњавања није константан, већ и он осцилује са 2ω , али са знатно мањом амплитудом у односу на резултат алгоритма без усредњавања. Осциловање средње вредности може се смањити ако се изврши још једно усредњавање средњих вредности, такође на периоду једнаком половини периоде основног хармоника. Укупно кашњење алгоритма са два усредњавања једнако је периоди основног хармоника. Двоструко усредњавање даје веома мирну вредност амплитуде симетричних компоненти са веома малом грешком, ако се фреквенција обрађиваног сигнала мења у опсегу 47Hz до 53Hz , што је за потребе мерења у електроенергетици довољан опсег, јер фреквенција у мрежи ретко излази из опсега $(47-53)\text{Hz}$. Кашњење од једне периоде је прихватљиво за релејне заштите које свој рад базирају на симетричним компонентама сигнала.

За одређивање симетричних компоненти трофазних сигнала потребно је релацију (2) применити на сигнале све три фазе. За практично одређивање симетричних компоненти, нпр. напонског сигнала, потребно је располагати са векторима синуса и косинуса дефинисаних релацијама (7) и (8) и помоћним векторима компоненти симетричних компоненти и средњих вредности компоненти симетричних

компоненти дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$. Вектори одбирака су:

$$AOD = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_m]^T, \quad BOD = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_m]^T, \quad COD = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_m]^T. \quad (19)$$

Овом методологијом се сва израчунавања свде на множења и сабирања, без израчунавања тригонометријских функција и без дељења, што убрзава прорачун. Након узимања нових одбирака $a_{\text{ново}}$, $b_{\text{ново}}$ и $c_{\text{ново}}$ треба актуелизовати векторе (19) реиндексирањем чланова на следећи начин:

$$a_1 = a_2, a_2 = a_3, \dots, a_m = a_{\text{ново}}; \quad b_1 = b_2, b_2 = b_3, \dots, b_m = b_{\text{ново}}; \quad c_1 = c_2, c_2 = c_3, \dots, c_m = c_{\text{ново}}.$$

И у овом случају се добија клизећи прозор а одбирци сигнала третирају као скалари. За сваки прозор података релације (16), (17) и (18) дају U_{of} , U_{df} и U_{if} . За одређивање средњих вредности амплитуде

симетричних компоненти првог хармоника трофазних сигнала треба формирати помоћне векторе дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$:

$$U_0 = \left[U_{0f1}, U_{0f2}, U_{0f3}, \dots, U_{0f\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T, \quad U_D = \left[U_{df1}, U_{df2}, U_{df3}, \dots, U_{df\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T, \quad U_I = \left[U_{if1}, U_{if2}, U_{if3}, \dots, U_{if\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T. \quad (20)$$

Након израчунавања нових вредности амплитуда помоћу релација (2), (16), (17) и (18) U_{0fnovo} , U_{dfnovo} и U_{ifnovo} , треба актуелизовати векторе (20) одбацивањем првих чланова и додавањем нових, односно:

$$U_{0f1} = U_{0f2}, \quad U_{0f2} = U_{0f3}, \dots, U_{0f\left(\frac{m}{2}\right)} = U_{0fnovo}; \quad U_{df1} = U_{df2}, \quad U_{df2} = U_{df3}, \dots, U_{df\left(\frac{m}{2}\right)} = U_{dfnovo};$$

$$U_{if1} = U_{if2}, \quad U_{if2} = U_{if3}, \dots, U_{if\left(\frac{m}{2}\right)} = U_{ifnovo}.$$

Након ове процедуре нађу се:

$$US_0 = \frac{2}{m} \left(U_{0f1} + U_{0f2} + \dots + U_{0f\left(\frac{m}{2}\right)} \right), \quad US_d = \frac{2}{m} \left(U_{df1} + U_{df2} + \dots + U_{df\left(\frac{m}{2}\right)} \right), \quad US_i = \frac{2}{m} \left(U_{if1} + U_{if2} + \dots + U_{if\left(\frac{m}{2}\right)} \right). \quad (21)$$

Поступак тече даље на исти начин за сваки нови прозор података. За усредњавање средњих вредности амплитуда симетричних компоненти основног хармоника треба формирати помоћне векторе средњих вредности амплитуде симетричних компоненти дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$:

$$USS_0 = \left[US_{01}, US_{02}, \dots, US_{0\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T, \quad USS_d = \left[US_{d1}, US_{d2}, \dots, US_{d\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T, \quad USS_i = \left[US_{i1}, US_{i2}, \dots, US_{i\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T. \quad (22)$$

Након израчунавања нових средњих вредности амплитуда US_{0novo} , US_{dnovo} и US_{inovo} помоћу (21) треба актуелизовати векторе (22) одбацивањем првих чланова и додавањем нових:

$$US_{01} = US_{02}, \quad US_{02} = US_{03}, \dots, US_{0\left(\frac{m}{2}\right)} = US_{0novo}; \quad US_{d1} = US_{d2}, \quad US_{d2} = US_{d3}, \dots, US_{d\left(\frac{m}{2}\right)} = US_{dnovo};$$

$$US_{i1} = US_{i2}, \quad US_{i2} = US_{i3}, \dots, US_{i\left(\frac{m}{2}\right)} = US_{inovo}.$$

Након ове процедуре нађу се:

$$USS_0 = \frac{2}{m} \left(US_{01} + US_{02} + \dots + US_{0\left(\frac{m}{2}\right)} \right), \quad USS_d = \frac{2}{m} \left(US_{d1} + US_{d2} + \dots + US_{d\left(\frac{m}{2}\right)} \right),$$

$$USS_i = \frac{2}{m} \left(US_{i1} + US_{i2} + \dots + US_{i\left(\frac{m}{2}\right)} \right). \quad (23)$$

Поступак даље тече на исти начин за сваки нови прозор података. За практичну примену Фуријеовог алгоритма за прорачун симетричних компоненти трофазних сигнала потребно је пет вектора дужине (m) и шест вектора дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$. Максималан број одбирака у прозору података је око 50, те су

захтеви за меморијом веома мали. Алгоритам је једноставан (користи скаларне прорачуне) и довољно брз за примену у релејној заштити.

3.АЛГОРИТАМ ЗА МЕРЕЊЕ СНАГА

Алгоритам за мерење снага захтева обраду одбирака струје и напона како је то описано детаљно у алгоритму за мерење струја и напона. Применом релација:

$$\underline{U}_f = U_{r_f} + jU_{i_f}, \underline{I}_f = I_{r_f} + jI_{i_f} \text{ и } \underline{S}_f = P_f + jQ_f = \underline{U}_f \underline{I}_f^* = (U_{r_f} + jU_{i_f}) \cdot (I_{r_f} - jI_{i_f}),$$

долази се до израза за активну и реактивну снагу:

$$P_f = U_{r_f} I_{r_f} + U_{i_f} I_{i_f} \text{ и } Q_f = U_{i_f} I_{r_f} - U_{r_f} I_{i_f}. \quad (24)$$

На основу анализе дате претходна може се закључити да Фуријеов алгоритам нетачно одређује амплитуду основног хармоника када фреквенција сигнала одступи од претпостављене фреквенције. Када се сигнали континуално обрађују, амплитуде основних хармоника напона и струје осцилују између максималних и минималних вредности са фреквенцијом 2ω . Како се (P_f) и (Q_f) добијају као производи компоненти напона и струје и оне осцилују између минималне и максималне вредности са фреквенцијом 2ω . Ова чињеница је искоришћена за модификацију Фуријеовог алгоритма за мерење (P) и (Q) основних хармоника напона и струје. Како амплитуде (P_f) и (Q_f) осцилују са 2ω , за добијање бољих резултата довољно је вршити усредњавање резултата на периоду дужине једне полупериоде основног хармоника. Другим речима, ако се сигнал обрађује са (m) тачака у периоди основног хармоника довољно је наћи средњу вредност $\left(\frac{m}{2}\right)$ резултата. Ово усредњавање изазива кашњење коначног резултата обраде сигнала од једне полупериоде основног хармоника. Међутим, свако филтрирање изазива кашњење, те се мора прихватити компромис између степена филтрирања и кашњења резултата обраде сигнала.

Када је фреквенција сигнала различита од претпостављене $\left(\frac{m}{2}\right)$ одбирака не дефинише тачно полупериоду основног хармоника, те резултат усредњавања није константан, већ и он осцилује са 2ω , али са знатно мањом амплитудом у односу на резултат алгоритма без усредњавања. Осциловање средње вредности може се смањити ако се изврши још једно усредњавање средњих вредности, такође на периоду једнаком половини периоде основног хармоника. Ово усредњавање уноси додатно кашњење од једне полупериоде основног хармоника. Укупно кашњење алгоритма са два усредњавања једнако је периоди основног хармоника. Двоструко усредњавање даје веома "мирне" вредности (P_f) и (Q_f) са веома малом грешком, ако се фреквенција обрађиваног сигнала мења у опсегу од 47Hz до 53Hz , што је за потребе мерења у електроенергетици сасвим довољан опсег, јер фреквенција у електроенергетском систему ретко одступи више од 3Hz у односу на 50Hz . Кашњење од једне периоде је прихватљиво за све усмерене релеје, те је алгоритам применљив у релејној заштити за одређивање смера. За практичну примену релација потребно је формирати помоћне векторе CO , SI , одбирака напона и струје дужине (m) и помоћне векторе снага и средњих вредности снага дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$. Вектори одбирака напона и струје су:

$$UODB = [u_1, u_2, u_3, \dots, u_m]^T \text{ и } IODB = [i_1, i_2, i_3, \dots, i_m]^T. \quad (25)$$

Након узимања нових одбирка u_{novo} и i_{novo} актуализују се вектори (25) реиндексирањем чланова на следећи начин:

$$u_1 = u_2, \quad u_2 = u_3, \quad \dots, \quad u_m = u_{novo} \text{ и } i_1 = i_2, \quad i_2 = i_3, \quad \dots, \quad i_m = i_{novo}.$$

Тако се добија "клизећи" прозор а одбирци сигнала третирају се као скалари. За сваки прозор података релације (5) дају: $(U_{r_f}, U_{i_f}, I_{r_f}$ и $I_{i_f})$. Затим се примени релација (24) и одреде (P_f) и (Q_f) . За одређивање средње вредности (P_f) и (Q_f) основног хармоника сигнала треба формирати помоћне векторе дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$:

$$PP = \left[P_{f1}, P_{f2}, P_{f3}, \dots, P_{f\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T \text{ и } QP = \left[Q_{f1}, Q_{f2}, Q_{f3}, \dots, Q_{f\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T. \quad (26)$$

Након израчунавања нових $P_{f_{\text{ново}}}$ и $Q_{f_{\text{ново}}}$ помоћу (5) треба актуализовати векторе (26) ренумерацијом чланова, одбацивањем првог члана и додавањем нове вредности, односно:

$$P_{f1} = P_{f2}, \quad P_{f2} = P_{f3}, \quad \dots, \quad P_{f\left(\frac{m}{2}\right)} = P_{f_{\text{ново}}} \text{ и } Q_{f1} = Q_{f2}, \quad Q_{f2} = Q_{f3}, \quad \dots, \quad Q_{f\left(\frac{m}{2}\right)} = Q_{f_{\text{ново}}}.$$

Након ове процедуре нађу се:

$$PS = \frac{2}{m} \left(P_{f1} + P_{f2} + \dots + P_{f\left(\frac{m}{2}\right)} \right) \text{ и } QS = \frac{2}{m} \left(Q_{f1} + Q_{f2} + \dots + Q_{f\left(\frac{m}{2}\right)} \right). \quad (27)$$

Поступак даље тече на исти начин за сваки нови пар (P_f) и (Q_f) . За усредњавање средњих снага треба формирати помоћне векторе средњих снага дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$:

$$PSS = \left[PS_1, PS_2, PS_3, \dots, PS_{\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T \text{ и } QSS = \left[QS_1, QS_2, QS_3, \dots, QS_{\left(\frac{m}{2}\right)} \right]^T. \quad (28)$$

Након израчунавања нових средњих вредности снага $PS_{\text{ново}}$ и $QS_{\text{ново}}$ помоћу (27), треба актуализовати векторе (28) ренумерацијом чланова, одбацивањем првог члана и додавањем нове вредности, односно:

$$PS_1 = PS_2, \quad PS_2 = PS_3, \quad \dots, \quad PS_{\left(\frac{m}{2}\right)} = PS_{\text{ново}} \text{ и } QS_1 = QS_2, \quad QS_2 = QS_3, \quad \dots, \quad QS_{\left(\frac{m}{2}\right)} = QS_{\text{ново}}.$$

Након ове процедуре нађу се:

$$PSS = \frac{2}{m} \left(PS_1 + PS_2 + \dots + PS_{\left(\frac{m}{2}\right)} \right) \text{ и } QSS = \frac{2}{m} \left(QS_1 + QS_2 + \dots + QS_{\left(\frac{m}{2}\right)} \right).$$

Поступак даље тече на исти начин за сваки нови пар средњих снага. За практичну примену модификованог Фуријеовог алгоритма, при израчунавању активне и реактивне снаге монофазног кола, потребна су четири вектора дужине (m) и четири вектора дужине $\left(\frac{m}{2}\right)$, што значи да су потребни веома мали меморијски ресурси. Алгоритам је једноставан и довољно брз за примену у релејној заштити. Алгоритам усмерене заштите (варијанта са мерењем линијских напона и фазних струја), базиран на мерењу снеге, приказан је на слици 1.



Слика 1. Алгоритам усмерене функције заштите MPZ-ZIM

4.АЛГОРИТАМ ДИГИТАЛНЕ ТЕРМИЧКЕ ЗАШТИТЕ

Термичка заштита представља једну од основних заштитних функција свих елемената електроенергетских система и она је у оквиру савремених мултифункционалних релеја алгоритамски имплементирана као засебна заштитна функција. У оквиру микропроцесорске заштите MPZ-ZIM имплементирана је индиректна дигитална термичка заштита општег типа. Њен алгоритам у основи је базиран на мерењу амплитуде основног хармоника фазних струја, док се штићени елемент у термичком смислу апроксимира као хомогено тело са временским константама загревања и хлађења. Алгоритам је мало захтеван у погледу заузимања процесорског времена.

У разматраном алгоритму модел загревања је базиран на претпоставци да је штићени објекат термички хомогено тело које се у процесима загревања и хлађења може моделовати временским константама загревања

и хлађења, респективно. Снага загревања се моделује Хуловим губицима у трофазном симетричном елементу са константним електричним фазним отпором R кроз који теку фазне струје променљиве вредности. Претпоставља се и да су ови губици равномерно распоређени по запремини елемента. Температура околине се моделује као константна температуре коју је могуће преподешавати по потреби. Под наведеним условима важи општепозната диференцијална једначина топлотне равнотеже (јеначина загревања):

$$R(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2)dt = Cd\theta + K\theta dt, \quad (29)$$

где су: I_A, I_B, I_C -ефективне вредности фазних струја одређене према рекурзивној Фуријеовој методи; $R(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2)dt$ -топлотна енергија генерисана у трофазном елементу у кратком временском интервалу dt ; $Cd\theta$ -је прираштај акумулисане топлотне енергије у времену dt који се манифестује повећањем температуре елемента за $d\theta$ (C је топлотни капацитет); $K\theta dt$ -топлотна енергија коју елемент преда амбијенту или расхладном средству у временском интервалу dt (K је константа хлађења а θ је надтемпература објекта).

У једначини (29) претпостављена је могућност да штићени објекат буде асиметрично струјно оптерећен, што је са једне стране реална могућност (прекиди фазних проводника, несиметрична напонска екситација, несиметрично оптерећење и слично) а са друге стране не представља техничке проблеме у реализацији термичке заштитне функције јер мултифункционални релеј и за потребе других заштитних функција процесира све три фазне струје. У стационарном стању ($d\theta = 0$) постоји баланс између снаге којом се генерише топлота и снаге хлађења објекта. Ако је генерисање топлоте узроковано номиналним фазним струјама, односно ако је $I_A = I_B = I_C = I_n$ (номинална фазна струја је дефинисана номиналном привидном снагом и номиналним напоном а за одређене услове хлађења), тада стационарна надтемпература одговара номиналној надтемператури:

$$\theta_n = \frac{3RI_n^2}{K}. \quad (30)$$

Дељењем са номиналном надтемпературом θ_n може се нормализовати једначина (29), и њена нормализована форма је дата следећом једначином:

$$T_Z \frac{d(\theta(\%))}{dt} + \theta(\%) = 100 \left(\frac{I_A^2 + I_B^2 + I_C^2}{3I_n^2} \right), \quad (31)$$

где је $T_Z = \frac{C}{K}$ -временска константа загревања штићеног елемента а $\theta(\%) = 100 \frac{\theta}{\theta_n}$ -процентуална

надтемпература елемента. У условима великих струјних преоптерећења ($I_A \vee I_B \vee I_C > 2I_n$) снага којом се генерише топлота је много већа од снаге којом се елемент хлади. У таквим условима долази до локалних прегревања па је полазна апроксимација о запреминској равномерности генерисања топлоте у оваквим условима веома груба. У циљу што ефикасније термичке заштите у условима великих струјних преоптерећења, процес загревања може се посматрати као адијабатски. Диференцијална једначина адијабатског загревања елемента је:

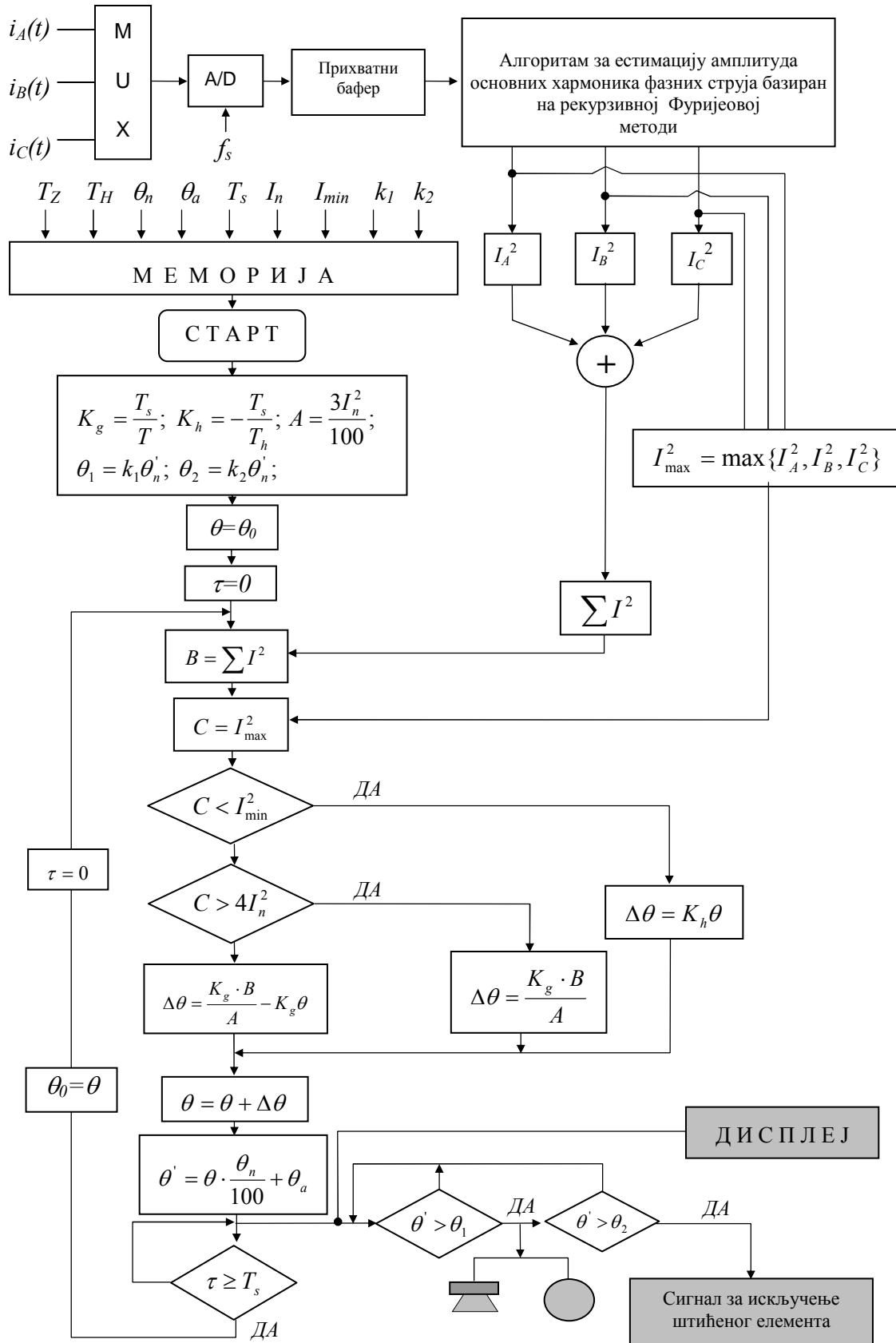
$$T_Z \frac{d(\theta(\%))}{dt} = 100 \left(\frac{I_A^2 + I_B^2 + I_C^2}{3I_n^2} \right). \quad (32)$$

У овој анализи процес загревања се посматра као адијабатски са трофазним генерисањем топлоте ако бар једна од фазних струја буде барем двоструко већа од номиналне. Оваквим приступом се иде на страну сигурности и делом се компензују неки ефекти који у овој анализи нису узети у обзир (нпр. повећање електричне отпорности проводника са порастом температуре). Такође се може претпоставити да је временска константа загревања у условима великих преоптерећења мања од временске константе у опсегу нормалних радних струја.

Када је елемент искључен са напајања у њему се одвија термички процес хлађења, при чему временска константа хлађења T_H може бити, у општем случају, различита од временске константе загревања T_Z . Разлика је најчешће присутна код обртних електричних машина где се са искључењем машине мењају услови одвођења топлоте вентилацијом због заустављања ротора, односно вентилатора који је најчешће везан на вратило саме машине. Из тог разлога је неопходно у моделу хлађења елемента предвидети могућност

постојања разлике временских константи загревања и хлађења (код статичких компоненти, које немају обртних делова, ове две константе су у принципу једнаке). Уважавајући ову чињеницу термички процес хлађења у одсуству генерисања топлоте је представљен следећом диференцијалном једначином:

$$T_H \frac{d(\theta(\%))}{dt} = -\theta(\%). \quad (33)$$



Слика 2. Логички блок дијаграм дигиталне термичке заштите

Специфичност термичке заштитне функције, односно алгоритма којим је она реализована, је у томе што се мора перманентно процесирати целокупан алгоритам. Дакле, потребан је оптимизован алгоритам за мерење температуре тако да он омогућава брзо и поуздано процесирање. Осим тога, за разлику од осталих заштита, термичка заштитна функција мора бити активна и у условима када елемент остане без напајања, како би се пратило његово хлађење и коректно наставио процес праћења температуре када елемент поново буде у погону. Из тог разлога потребно је обезбедити континуитет тада термичке заштитне функције. Релативно мала вредност периоде одабирања T_S (која је обично реда ms) у односу на временску константу загревања објекта T_Z (која је за већину елемената у електроенергетици реда неколико минута до неколико десетина минута) омогућава да се диференцијална једначина загревања (29) решава директно нумерички. Уважавајући ову чињеницу може се диференцијални прираштај температуре $d\theta$ у једначини (29) заменити коначним прираштајем температуре $\Delta\theta$ која се оствари у времену $\Delta t = T_S = I/f_S$, чиме једначина (29) поприма следећу алгебарску форму:

$$\Delta\theta_{(i+1)}(\%) = \frac{T_S}{T_Z} \left[100 \left(\frac{I_{A(i+1)}^2 + I_{B(i+1)}^2 + I_{C(i+1)}^2}{3I_n^2} \right) - \theta_i(\%) \right], \quad (34)$$

где су: $I_{A(i+1)}, I_{B(i+1)}, I_{C(i+1)}$ -естимирани вредности фазних струја у $(i+1)$ -ом кораку одабирања; $\Delta\theta_{(i+1)}(\%)$ -процентуални прираштај температуре у временском интервалу T_S који одговара $(i+1)$ -ом кораку одабирања (базна вредност температуре одговара номиналној надтемператури штићеног елемента); $\theta_i(\%)$ -процентуална вредност надтемпературе елемента на крају i -тог корака одабирања.

Аналогно претходној анализи и једначини (32), може се извести израз за прорачун прираштаја температуре при адијабатском загревању, као:

$$\Delta\theta_{(i+1)}(\%) = 100 \frac{T_S}{T_Z} \left(\frac{I_{A(i+1)}^2 + I_{B(i+1)}^2 + I_{C(i+1)}^2}{3I_n^2} \right). \quad (35)$$

У условима када је штићени елемент искључен са напајања услови хлађења се могу, као што је речено, одвијати са временском константом различитом од оне која дефинише загревање, па је потребно алгоритмом предвидети и ову могућност. Детекција оваквог стања програмски се врши поређењем амплитуде фазних струја са неком минималном вредношћу струја (I_{min}) која се може јавити и при искљученом стању елемента а последица је могућег постојања неког паразитног ефекта, на пример неких капацитивних струја. Значи, ако је задовољен услов:

$$I_{A(i+1)}, I_{B(i+1)}, I_{C(i+1)} < I_{min}, \quad (36)$$

алгоритам срачунава прираштај температуре према следећој релацији:

$$\Delta\theta_{(i+1)}(\%) = -\frac{T_S}{T_H} \theta_i(\%). \quad (37)$$

Процентуална надтемпература штићеног објекта на крају $(i+1)$ -ог корака одабирања је:

$$\theta_{(i+1)}(\%) = \theta_i(\%) + \Delta\theta_{(i+1)}(\%). \quad (38)$$

Пошто релеј по правилу има и могућност за приказивање апсолутне температуре објекта на дисплеју, потребно је у алгоритму предвидети и прорачун апсолутне температуре. Апсолутна температура на крају $(i+1)$ -ог корака одабирања ($\theta'_{(i+1)}$) је:

$$\theta'_{(i+1)} = \theta_{(i+1)} + \theta_a, \quad (39)$$

где је θ_a -температура амбијента (минимална температура на коју се може охладити елемент када је ван погона за дате услове хлађења). Термичка заштита је обично двостепена при чему је први степен аларм

док је други степен реаговање (извршни). На бази описаног алгоритма термичке заштите, на слици 2 је приказан алгоритам ове заштите у виду блок-дијаграма.

5.АЛГОРИТАМ ФРЕКВЕНТНЕ ЗАШТИТЕ

Алгоритам за одређивање фреквенције је базиран на методи минимизације суме квадрата одступања (Least Error Squares-LES). Имплементирани алгоритам представља унапређење итеративне форме нерекурзивне LES методе у погледу брзине процесирања. Целокупан математички модел за минимизацију суме квадрата одступања у алгоритму је преточен у фиксну матрицу коефицијената која је смештена у меморијском простору релеја. Одређивање фреквенције се своди на множење вектора одбирака текућег прозора података са одговарајућим врстама формиране матрице. Алгоритам је оптимизован у смислу формирања матрице коефицијената за практичну имплементацију. Напонски сигнал чија се фреквенција мери у општем случају је сложенопериодична функција времена, како у нормалним радним тако и у поремећеним режимима када може садржати, поред виших хармоника, и једносмерну компоненту. Стога математички модел улазног напонског сигнала у А/Д конвертору има аналитичку форму дефинисану следећом релацијом:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^M U_k \sin(k\omega t + \theta_k) + e(t). \quad (40)$$

Користећи основне тригонометријске релације, претходна релација се може написати у следећем облику:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^M U_{rk} \sin(k\omega t) + \sum_{k=1}^M U_{ik} \cos(k\omega t) + e(t), \quad (41)$$

где су: $u(t)$ -магнитуда напона у тренутку t ; U_0 -једносмерна компонента напона; $\omega = 2\pi f$ -кружна учестаност основног хармоника напона; M -највиши ред хармоника у сигналу напона; U_k -амплитуда k -тог хармоника; θ_k -фаза k -тог хармоника; $U_{rk} = U_k \cos \theta_k$, $U_{ik} = U_k \sin \theta_k$ -реална и имагинарна компонента k -тог хармоника, респективно; $e(t)$ -адитивни сигнал грешке.

Развојем тригонометријских функција $\sin(k\omega t)$ и $\cos(k\omega t)$ у Тајлоров ред у околини номиналне (претпостављене) фреквенције ω_0 израз (41) се може линеаризовати. Линеаризована аналитичка форма сигнала напона у околини номиналне фреквенције ω_0 дата је следећом релацијом:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^M [U_{rk} \sin(k\omega_0 t) + U_{rk} \Delta \omega k t \cos(k\omega_0 t)] + \sum_{k=1}^M [U_{ik} \cos(k\omega_0 t) - U_{ik} \Delta \omega k t \sin(k\omega_0 t)] + e(t). \quad (42)$$

Релација (42) се може формално написати у следећој једноставнијој форми:

$$u(t) = \sum_{j=1}^{4M} a_j(t) x_j + e(t), \quad (43)$$

где су: $a_j(t)$ -коефицијенти а x_j -непознате дефинисани на следећи начин:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \quad a_{1+k} = \sin(k\omega_0 t), \quad a_{M+1+k} = kt \cos(k\omega_0 t), \quad a_{2M+1+k} = \cos(k\omega_0 t), \quad a_{3M+1+k} = -kt \sin(k\omega_0 t) \\ x_1 &= U_0, \quad x_{1+k} = U_{rk}, \quad x_{M+1+k} = U_{rk} \Delta \omega, \quad x_{2M+1+k} = U_{ik}, \quad x_{3M+1+k} = U_{ik} \Delta \omega, \quad k = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (44)$$

На излазу из А/Д конвертора за сваки од одбирака сигнала напона може се написати релација (43). Ако се уочи (m) узастопних одбирака који чине тзв. прозор података, тада се исписивањем релације (43) за

сваки од одбирака може формирати систем од (m) једначина, који се може представити у следећој матричној форми:

$$[u] = [a][x] + [e], \quad (44)$$

где су: $[u] = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ -вектор одбирака; $[e]$ -вектор грешака (одступања одбирака од претпостављеног модела сигнала); $[a]$ -матрица коефицијената чије су димензије $(m \cdot (4M + 1))$; $[x]$ -вектор непознатих дефинисаних у релацији (44).

Учестаност одабирања $f_s (f_s = 1/T)$ се у овој анализи сматра константном, па под таквом претпоставком одбирци сигнала напона су еквидистантни, односно међусобно померени за време T . Уважавајући ову претпоставку, коефицијенти матрице $[a]$ се рачунају према следећим изразима:

$$\begin{aligned} a_1(n) &= 1, \quad a_{1+k}(n) = \sin(k\omega_0 nT), \quad a_{M+1+k}(n) = knT \cos(k\omega_0 nT), \quad a_{2M+1+k}(n) = \cos(k\omega_0 nT), \\ a_{3M+1+k}(n) &= -knT \sin(k\omega_0 nT) \quad n = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (45)$$

Алгоритам претпоставља да се променљиве $x_j (j = 1, 2, \dots, 4M + 1)$, односно елементи вектора $[x]$ у релацији (44), не мењају у оквиру прозора података. Оваква претпоставка је реална за фреквенцију јер је њена промена директно везана са брзином обртања ротора генератора у систему. С обзиром да се ради о релативно великим, односно инертним замајним масама, промена фреквенције и при наглим поремећајима баланса активних снага у систему је релативно мала у временском интервалу који одговара ширини прозора података (обично је ширина прозора података реда једне до три периоде мереног сигнала, односно $(0.02 - 0.06)s$). Дакле, систем једначина (44) под овом претпоставком има укупно $(4M + 1)$ непознату. Минимална ширина прозора података треба да обухвати $m_{\min} = 4M + 1$ одбирака да би систем имао јединствено решење. Обично је ширина прозора података већа од минималне, односно систем је редундантан ($m > 4M + 1$) јер се тиме обезбеђује већа стабилност прорачуна у условима присуства већег шума у процесираним сигналу. С обзиром да је у свакој од једначина у релацији (44) присутна грешка, за решавање оваквог система једначина погодна је метода најмањих квадрата. Суштина методе је да се најје оптимална процена вектора непознатих $[x]$ тако да је грешка минимална. Оптимална процена вектора непознатих $[x]^*$ према овој методи је:

$$[x]^* = [[a]^T [a]]^{-1} [a]^T [u] = [A][u], \quad (46)$$

где је $[A]$ лева псеудоинверзна матрица матрице $[a]$. Елементи ове матрице зависе од периоде одабирања и претпостављене учестаности ω_0 и могу се унапред прорачунати, чиме се не заузима процесорско време. Након прорачуна елемената вектора $[x]$, могу се израчунати: једносмерна компонента напона, ефективне вредности и почетне фазе (рачунате у односу на први одбирак у прозору података) основног и виших хармоника који су обухваћени моделом сигнала, одступање учестаности од претпостављене (номиналне) вредности. Прорачун ових параметара се врши на основу следећих релација:

$$\begin{aligned} U_0 &= x_1, \quad U_k = \sqrt{U_{rk}^2 + U_{ik}^2} = \sqrt{x_{1+k}^2 + x_{2M+1+k}^2}, \quad \Delta\omega = \frac{U_{rk} \Delta\omega}{U_{rk}} = \frac{x_{M+1+k}}{x_{1+k}}, \\ \Delta\omega &= \frac{U_{ik} \Delta\omega}{U_{ik}} = \frac{x_{3M+1+k}}{x_{2M+1+k}}, \quad |\Delta\omega| = \sqrt{\frac{x_{M+1+k}^2 + x_{3M+1+k}^2}{x_{1+k}^2 + x_{2M+1+k}^2}}, \quad \omega = \omega_0 + \Delta\omega. \end{aligned} \quad (47)$$

Користећи другу и трећу релацију израза (47) (обично се примењују на основни хармоник јер је он по претпоставци доминантан у сигналу) може се одредити одступање фреквенције у текућем прозору

података од претпостављене вредности ω_0 по знаку и по модулу. Тачност одређивања фреквенције на бази изложеног алгоритма је углавном задовољавајућа у релативно уском опсегу око номиналне (претпостављене) вредности ω_0 , односно алгоритам је практично примењљив за мерење фреквенције блиске номиналној. Напреднија идеја у погледу примене методе најмањих квадрата за мерење фреквенције је увођење повратне спреге по фреквенцији. Основна идеја је да се итеративно коригује почетна вредност фреквенције ω_0 , чиме се постиже да се у сваком наредном кораку (итерацији) тачка око које се врши линеаризација модела напона (једначина (43)) приближава стварној вредности фреквенције. Оваквим поступком се може постићи, у одговарајућем броју итерација, захтевана тачност прорачуна фреквенције. Итеративни алгоритам је математички формулисан једначинама:

$$[x_i] = [A_i(\omega_{i-1})][u_i], [x_{i+1}] = [A_{i+1}(\omega_i)][u_i], \omega_i = \omega_{i-1} + \Delta\omega_i, \quad (48)$$

где су: ω_{i-1} , ω_i -естимирана вредност фреквенције у $(i-1)$ -ој, односно i -тој итерацији, респективно; $[A_i(\omega_{i-1})]$, $[A_i(\omega_i)]$ -леве псеудоинверзне матрице коефицијената прорачунате за ω_{i-1} , односно ω_i , респективно; $[x_i]$, $[x_{i+1}]$ -оптимална процена вектора непознатих у $(i-1)$ -ој и i -тој итерацији, респективно; $\Delta\omega_i$ -корекција вредности фреквенције која је естимирана у претходној $(i-1)$ -ој итерацији.

Услов заустављања итеративног процеса је да текућа прорачуната корекција фреквенције буде мања од унапред задате вредности. Итеративни алгоритам је показао добре особине у погледу тачности естимације фреквенције. Недостатак ове методе је што у свакој итерацији захтева поновно рачунање матрице коефицијената $[a]$, односно њене леве псеудоинверзне матрице. Овај недостатак се одражава на велико одузимање процесорског времена, пре свега на инвертовање матрице $[a]$, што је ограничило његову практичну примену у релејној заштити. Да би се обезбедио брз итеративни прорачун фреквенције процесираниг сигнала потребно је анализирати могућности избегавања прорачуна матрице $[A]$ у сваком кораку итерације. У том циљу потребно је анализирати матрицу $[a]$, односно њену леву псеудоинверзну матрицу $[A]$, као и релације (47) које дефинишу поступак естраховања мерене фреквенције из вектора непознатих $[x]$. Следећом релацијом је приказана развијена форма матрице $[a_i]$, која одговара линеаризованом моделу мереног сигнала напона у околини текуће фреквенције ω_{0i} естимирани у i -тој итерацији:

$$[a_i] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \sin(\omega_{0i}T) & \sin(\omega_{0i}2T) & \dots & \sin(\omega_{0i}mT) \\ \sin(2\omega_{0i}T) & \sin(2\omega_{0i}2T) & \dots & \sin(2\omega_{0i}mT) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sin(M\omega_{0i}T) & \sin(M\omega_{0i}2T) & \dots & \sin(M\omega_{0i}mT) \\ T \cos(\omega_{0i}T) & 2T \cos(\omega_{0i}2T) & \dots & nT \cos(\omega_{0i}nT) \\ T \cos(2\omega_{0i}T) & 2T \cos(2\omega_{0i}2T) & \dots & nT \cos(2\omega_{0i}nT) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T \cos(M\omega_{0i}T) & 2T \cos(M\omega_{0i}2T) & \dots & nT \cos(M\omega_{0i}nT) \\ \cos(\omega_{0i}T) & \cos(\omega_{0i}2T) & \dots & \cos(\omega_{0i}nT) \\ \cos(2\omega_{0i}T) & \cos(2\omega_{0i}2T) & \dots & \cos(2\omega_{0i}nT) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos(M\omega_{0i}T) & \cos(M\omega_{0i}2T) & \dots & \cos(M\omega_{0i}nT) \\ -T \cos(\omega_{0i}T) & -2T \cos(\omega_{0i}2T) & \dots & -nT \cos(\omega_{0i}nT) \\ -T \cos(2\omega_{0i}T) & -2T \cos(2\omega_{0i}2T) & \dots & -nT \cos(2\omega_{0i}nT) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -T \cos(M\omega_{0i}T) & -2T \cos(M\omega_{0i}T) & \dots & -nT \cos(M\omega_{0i}T) \end{bmatrix}. \quad (49)$$

У релацији (49) матрица $[a_i]_{m \times (4M+1)}$ је представљена у најопштијој форми, тј, претпостављено је да су моделом сигнала напона обухваћени једносмерна компонента, основни хармоник и сви виши хармоници до реда M . Број врста матрице се може смањити ако се неки хармоници (нпр. парни) изоставе из модела сигнала напона. Број колона матрице одговара броју одбирака у прозору података m . Да би се формирала оптимална процена вектора непознатих $[x_i]$ потребно је, сходно релацији (46), израчунати матрицу $[A_i]$. Развијена форма матрице $[A_i]$ је приказана следећом релацијом:

$$[A_i] = \left[[a_i]^T [a_i] \right]^{-1} [a_i]^T = \begin{bmatrix} A_{11}(\omega_{0i}) & A_{12}(\omega_{0i}) & \dots & A_{1m}(\omega_{0i}) \\ A_{21}(\omega_{0i}) & A_{22}(\omega_{0i}) & \dots & A_{2m}(\omega_{0i}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{(4M+1)1}(\omega_{0i}) & A_{(4M+1)2}(\omega_{0i}) & \dots & A_{(4M+1)m}(\omega_{0i}) \end{bmatrix}_{(4M+1) \times m} \quad (50)$$

Користећи ову релацију могуће је једначину (46) написати у развијеној форми која је дата релацијом (51). Прорачун корекције фреквенције $\Delta\omega_i$ у односу на текућу фреквенцију ω_{0i} може се вршити на основу другог и трећег израза релације (47). У матричној једначини (51) су назначене врсте (осим прве и последње) које фигуришу у прорачуну корекције фреквенције на основу компоненти фазора основног хармоника напона (поменути други и трећи израз релације (47)). Други и трећи израз релације (47) дефинишу одступање фреквенције и по знаку и по вредности. Дакле, у прорачуну фреквенције активне су само две врсте текуће матрице $[A_i]$. Међути, за поуздану естимацију фреквенције потребно је пратити четири врсте у матрици $[A_i]$, (две које се односе на прву једнакост релације (47) и две које захтева друга једначина релација (47)). Наиме, у току процесирања сигнала може се догодити да први, односно референтни одбирак у прозору података одговара (или да буде близак) тренутку проласка фазора основног хармоника напона кроз нулу или кроз темену вредност, па тиме једна од текућих компоненти фазора (реална или имагинарна) постаје једнака (блиска) нули.

$$\begin{bmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \\ \dots \\ x_{(M+2)i} \\ \dots \\ x_{(2M+2)i} \\ \dots \\ x_{(3M+2)i} \\ \dots \\ x_{(4M+1)i} \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} A_{11}(\omega_{0i}) & A_{12}(\omega_{0i}) & \dots & A_{1m}(\omega_{0i}) \\ A_{21}(\omega_{0i}) & A_{22}(\omega_{0i}) & \dots & A_{2m}(\omega_{0i}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{(M+2)1}(\omega_{0i}) & A_{(M+2)2}(\omega_{0i}) & \dots & A_{(M+2)m}(\omega_{0i}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{(2M+2)1}(\omega_{0i}) & A_{(2M+2)2}(\omega_{0i}) & \dots & A_{(2M+2)m}(\omega_{0i}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{(3M+2)1}(\omega_{0i}) & A_{(3M+2)2}(\omega_{0i}) & \dots & A_{(3M+2)m}(\omega_{0i}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{(4M+1)1}(\omega_{0i}) & A_{(4M+1)2}(\omega_{0i}) & \dots & A_{(4M+1)m}(\omega_{0i}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1i} \\ u_{2i} \\ \dots \\ u_{ki} \\ \dots \\ u_{mi} \end{bmatrix} \quad (51)$$

У таквим околностима једна од друге и треће једначине релација (47) постаје у нумеричком смислу недефинисана (јер имамо дељење два броја блиска нули) и уноси грешку у прорачуну. Коришћењем четврте једначине релације (47) може се избећи оваква грешка, али ова релација не даје знак одступања фреквенције, па је тиме у општем случају некорисна. Решење је да се програмски прате обе компоненте фазора и прорачун врши према оној која је за актуелни прозор података по модулу већа. У итеративном процесу, елементи матрице идентификованих врста, као и остали елементи матрице $[A_i]$, се морају изнова прорачунавати јер се коригује фреквенција ω_{0i} у односу на коју се рачунају. То захтева, имајући у виду димензије матрице $[a_i]$, релативно компликован и гломазан матрични рачун који изискује много процесорског времена. Основна идеја у реализованом алгоритму је да се унапред израчунају матрице $[A_i]$ за низ еквидистантних вредности фреквенција у дефинисаном мерном опсегу око номиналне вредности. Из сваке од израчунаних матрица $[A_i]$ би се формирале субматрице које садрже само четири врсте које су довољне за естимацију фреквенције у околини текуће радне тачке. Формиране субматрице

се ређају у јединствену матрицу $[A^*]$ која обухвата целокупни мерни опсег. Тако формирана матрица се уноси у меморијски део дигиталног релеја и на одговарајући начин се адресира. У итеративном поступку се врши само идентификација одговарајуће субматрице чија базна фреквенција најближе одговара текућој фреквенцији прорачуна. Даљи рачунарски процес естимације фреквенције се практично своди на једноставне и процесорски мало захтевне операције. Број субматрица N које су укључене у матрицу $[A^*]$ зависи од ширине мерног опсега $(\omega_{\max} - \omega_{\min})$ и корака прорачуна $\Delta\omega_0$, односно резолуције са којом се покрива мерни опсег. Ако су субматрице у погледу корака фреквенције еквидистантне онад је број субматрица у матрици $[A^*]$ дефинисан следећом релацијом:

$$N = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\Delta\omega_0}, \quad (52)$$

при чему је потребно параметре ω_{\max} , ω_{\min} и $\Delta\omega_0$ одабрати тако да је N цео број. Релацијом (53) је представљена општа форма матрице $[A^*]$. На основу претходне анализе може се закључити да су димензије матрице $[A^*]$ $(4Nxm)$. Битно је приметити и да димензије матрице директно не зависе од нивоа хармоника који су укључени у модел сигнала. На основу формираног математичког модела дефинисан је релативно једноставан алгоритам за процену фреквенције (и напона) у електроенергетском систему. Алгоритам је приказан на слици 3. Ознаке на слици 3 имају следећа значења:

ω_{\min} , ω_{\max} - доња и горња граница опсега мерења фреквенције којег покрива матрица коефицијената $[A^*]$; $\Delta\omega_0$ -корак фреквенције у матрици $[A^*]$; ω_n номинална фреквенција; i - бројач итерација; i_{\max} - максимални допуштени број итерација у прорачуну фреквенције; j -показивач актуелене врсте у матрици коефицијената $[A^*]$; j_{\max} -максимална дозвољена бројна вредност показивача врста ($j_{\max} = N - 3 = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\Delta\omega_0} - 3$); R, p -радни регистри; u -регистар за смештање одбирака из текућег

прозора података; u_r, u_q -регистри за смештање текуће реалне и имагинарне компоненте фазора основног хармоника напона, респективно; ω - актуелна фреквенција у прорачуну; $\Delta\omega$ - актуелна корекција фреквенције прорачунате у претходној итерацији (кораку).

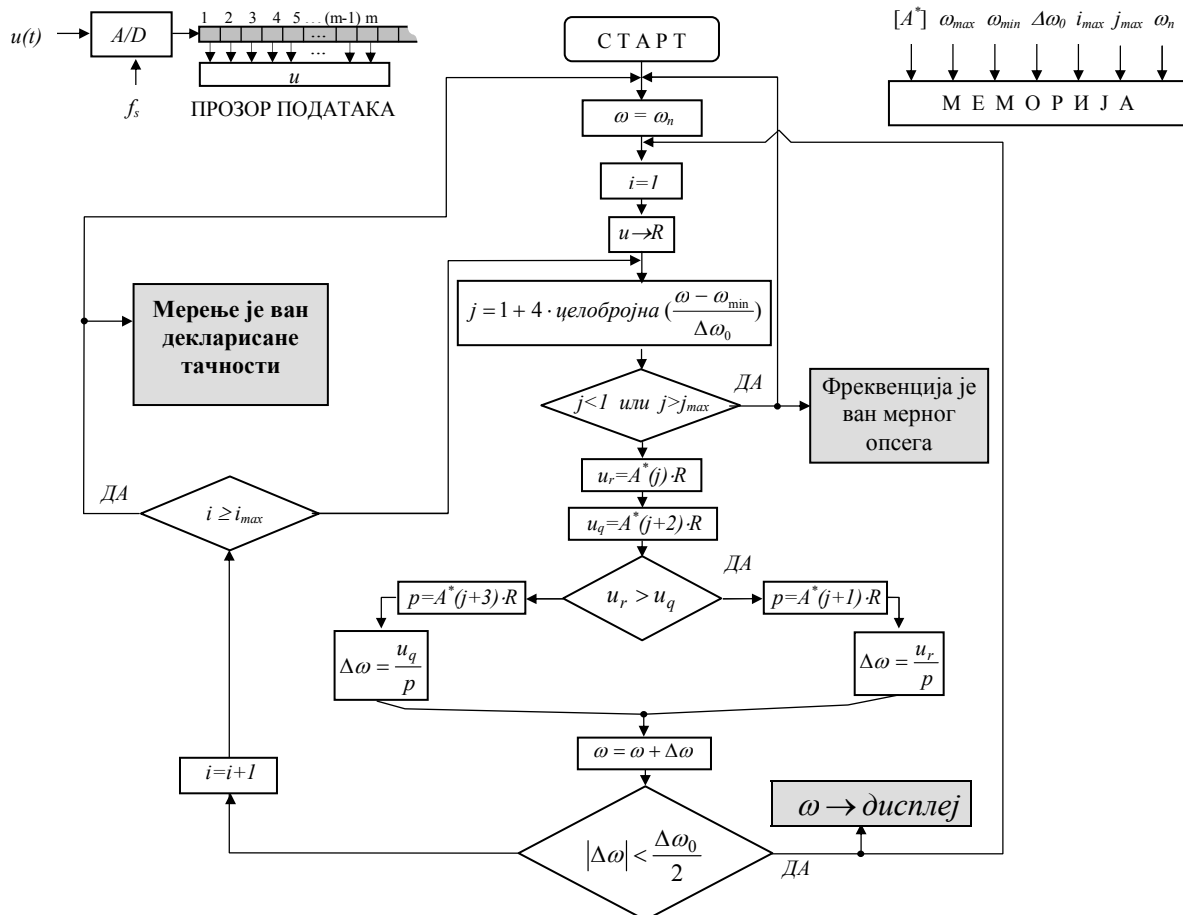
$$[A^*] = \begin{bmatrix} A_{2l}(\omega_{\min}) & A_{22}(\omega_{\min}) & \dots & A_{2m}(\omega_{\min}) \\ A_{(M+2)l}(\omega_{\min}) & A_{(M+2)2}(\omega_{\min}) & \dots & A_{(M+2)m}(\omega_{\min}) \\ A_{(2M+2)l}(\omega_{\min}) & A_{(2M+2)2}(\omega_{\min}) & \dots & A_{(2M+2)m}(\omega_{\min}) \\ A_{(3M+2)l}(\omega_{\min}) & A_{(3M+2)2}(\omega_{\min}) & \dots & A_{(3M+2)m}(\omega_{\min}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{2l}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & A_{22}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & \dots & A_{2m}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) \\ A_{(M+2)l}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & A_{(M+2)2}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & \dots & A_{(M+2)m}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) \\ A_{(2M+2)l}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & A_{(2M+2)2}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & \dots & A_{(2M+2)m}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) \\ A_{(3M+2)l}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & A_{(3M+2)2}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) & \dots & A_{(3M+2)m}(\omega_{\min} + \Delta\omega_0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{2l}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & A_{22}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & \dots & A_{2m}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) \\ A_{(M+2)l}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & A_{(M+2)2}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & \dots & A_{(M+2)m}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) \\ A_{(2M+2)l}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & A_{(2M+2)2}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & \dots & A_{(2M+2)m}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) \\ A_{(3M+2)l}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & A_{(3M+2)2}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) & \dots & A_{(3M+2)m}(\omega_{\min} + 2\Delta\omega_0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{2l}(\omega_{\max}) & A_{22}(\omega_{\max}) & \dots & A_{2m}(\omega_{\max}) \\ A_{(M+2)l}(\omega_{\max}) & A_{(M+2)2}(\omega_{\max}) & \dots & A_{(M+2)m}(\omega_{\max}) \\ A_{(2M+2)l}(\omega_{\max}) & A_{(2M+2)2}(\omega_{\max}) & \dots & A_{(2M+2)m}(\omega_{\max}) \\ A_{(3M+2)l}(\omega_{\max}) & A_{(3M+2)2}(\omega_{\max}) & \dots & A_{(3M+2)m}(\omega_{\max}) \end{bmatrix} \quad (53)$$

Предложени алгоритам је базиран на претпоставци да се фреквенција сигнала може сматрати константном у временском интервалу који одговара ширини прозора података. Фреквенција одабирања и ширина прозора података су непроменљиве и унапред дефинисане величине. Иницијализација мерења фреквенције се остварује постављањем радне фреквенције на вредност ω_n . На основу те вредности се аутоматски сетује показивач j на прву врсту субматрице матрице коефицијената $[A^*]$ која одговара номиналној фреквенцији ω_n . Сукцесивним множењем врста из идентификоване субматрице са текућим вектором одбирака се започиње итеративни поступак естимације фреквенције.

Заустављање итеративног поступка у алгоритму на слици 3 је предвиђено у три случаја и то:

- 1) Израчуната фреквенција је по модулу мања од половине корака матрице $\Delta\omega_0$. У том случају није могуће даље поправљање актуелне фреквенције у прорачуну. Резултат мерења је коректан и представља збир фреквенције прорачунате у претходном кораку и актуелне корекције фреквенције $\Delta\omega$. Узима се нови прозор података, радна фреквенција се задржава на израчунатој вредности и започиње се нови итеративни процес естимације.
- 2) Текућа фреквенција (ω) излази ван мерног опсега који покрива матрица $[A^*]$. Сигнализира се "пробијање" мерног опсега. Узима се нови прозор података и сетује се фреквенција на иницијалну вредност ($\omega = \omega_n$). Наставља се естимација.
- 3) Број итерација је већи од максимално предвиђеног. Ово ограничење је уведено из разлога елиминације могућности "заглављивања", као и услова споре конвергенције итеративног поступка. Поступак опоравка у оваквим случајевима је рестарт алгоритма као у случају 2.

Комплетан предложени алгоритам се базира на релативно малом броју најједноставнијих математичких операција које нису захтевне у рачунарском погледу те се као такав одликује великом брзином и малим захтевима у погледу хардвера. Предложени алгоритам, у циљу одређивања фреквенције, врши естимацију компоненти фазора основног хармоника напона, па он истовремено представља и естиматор напона. Дакле, алгоритам поред мерења фреквенције обезбеђује и мерење ефективне вредности напона основног хармоника процесираниг сигнала. Овако мерен напон је погодан за приказивање на дисплеју уређаја јер представља усредњену ефективну вредност основног хармоника напона на интервалу који одговара ширини прозора података.



Слика 3. Логички блок дијаграм фреквентног алгоритма

6.ЗАКЉУЧАК

У раду су детаљно приказани алгоритми заштитних функција микропроцесорске заштите дистрибутивних извода MPZ-ZIM. Заједничак особина свих презентованих алгоритама је њихова једноставност и задовољавајућа тачност у фреквентном опсегу од интереса, $(47-53)Hz$. Алгоритми за мерење струја, напона и симетричних компоненти засновани су на рекурзивној Фуријеовој методи која је за ове потребе модификована тако да промена сигнала у опсегу од неколико Hz занемарљиво мало утиче на њихову тачност. Затим је, на бази овако процесираних сигнала струја, напона и симетричних компоненти, детаљно изложен алгоритам за мерење снага, генерално, као и блок-дијаграм једног решења усмерене заштите. На бази дигитално обрађених фазних струја изведен је алгоритам дигиталне термичке заштите за коју је такође приказан и припадајући блок-дијаграм. На крају је детаљно приказан и алгоритам фреквентне заштите базиран на методи минимума суме квадрата одступања.

7.ЛИТЕРАТУРА

[1]М.Ђурић, *Техника заштите у електроенергетици*, Беопрес, Београд, 1988.

[2]В.Терзија, М.Ђурић, *Дигиталне методе за мерење фреквенције нискофреквентних сигнала*, Беопрес, Београд, 1988.

[3]J.Z.Yang, C.W.Liu, *A Precise Calculation of Power System Frequency*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 16., No.3, July 2001.